COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 AVRIL 1840.

PRÉSIDENCE DE M. POISSON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Recherches chimiques sur la Teinture; par* M. CHEVREUL. (Extrait par l'auteur.)

SEPTIÈME MÉMOIRE. — *Sur la composition immédiate de la laine. — Sur la théorie de son désuintage et sur quelques propriétés dérivées de sa composition immédiate qui peuvent avoir de l'influence dans les travaux industriels dont elle est l'objet.*

« La laine, base d'un grand nombre d'industries, n'a été que bien peu étudiée encore sous le rapport de celles de ses propriétés qui peuvent avoir de l'influence sur la réussite des opérations de teinture qu'on lui fait subir. Faute de cette étude on n'a pu prévoir les inconvénients auxquels donnerait lieu la présence de certains corps qui s'y mêleraient accidentellement ou qu'on y ajouterait à dessein. Faute de cette étude on n'a pu se rendre un compte exact, et encore moins reconnaître la cause des inégalités qui apparaissent dans la couleur de la laine soit filée, soit tissée, que le teinturier a voulu teindre uniment. D'après cet état de choses et le plan de recherches tracé dans mon premier Mémoire (*voyez* page 383, tome XV, des *Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences*), j'ai dû donner une

attention toute particulière à un examen détaillé de la laine; car sans doute elle a une composition immédiate plus complexe qu'aucune autre étoffe, et conséquemment il devient nécessaire de déterminer l'influence que peuvent avoir dans un cas donné ses principes immédiats, qui, d'après un travail que j'ai eu l'honneur de lire à l'Académie en 1828 sont au nombre de trois au moins dans la laine désuintée à l'eau distillée aussi bien que possible, savoir :

» 1°. Une substance grasse solide à la température ordinaire et parfaitement liquide à 60°;

» 2°. Une substance grasse liquide à 15°;

» 3°. Une substance filamenteuse qui constitue essentiellement la laine proprement dite.

» J'ai dit que la laine renferme au moins trois principes immédiats, parce que suivant mes observations la substance filamenteuse dégage du soufre ou de l'acide hydro-sulfurique, sans perdre ses propriétés caractéristiques et essentielles, et que dès-lors il m'a paru probable que le soufre entrait comme élément dans la composition d'un corps parfaitement distinct de la substance filamenteuse proprement dite. La démonstration de cette opinion est un des principaux objets de ce Mémoire, ainsi que les conséquences qui s'en déduisent, soit pour la Chimie industrielle, soit pour la Physiologie. Mais avant de traiter ce sujet, il convient d'exposer quelques-unes des propriétés chimiques de la laine dans l'état où elle est employée.

CHAP. I^er^. — *De quelques propriétés de la laine désuintée.*

» 1000 parties de laine bien désuintée et soumise aux procédés mécaniques de division et de ventilation, donnent de 5 à 3 de cendres généralement formées de phosphates de chaux et de magnésie, de sulfate de chaux, de chaux, de peroxide de fer, de silice et quelquefois de peroxide de manganèse.

» La laine, passée à l'acide hydro-chlorique, ne laisse que de 0,002 à 0,001 de cendre.

» La laine, exposée deux heures à 150°, prend une couleur jaune qui acquiert plus d'intensité, si la température est portée à 170°.

» La laine chauffée à sec pendant 2 heures à 100°, ne dégage ni ammoniaque, ni émanation sulfureuse; à 130°, elle donne de l'ammoniaque, et de 146 à 150°, une émanation sulfureuse, sans dégagement sensible de gaz insoluble dans l'eau.

» L'eau favorise le développement de la vapeur sulfureuse; car il suffit

de faire bouillir de l'eau sur de la laine pour la reconnaître dans la vapeur qui se dégage. L'eau qui tient de l'acide sulfurique et surtout de l'alun, agit moins que l'eau distillée.

» D'après cette tendance de la laine à abandonner du soufre, il n'est point étonnant qu'elle noircisse surtout à chaud par le contact de plusieurs corps métalliques, tels que les acétates de plomb, le protochlorure d'étain, etc.

» C'est ici que se placent des observations singulières relativement à l'influence d'un contact prolongé pendant quatre ans, de certains corps sur la laine.

» (*a*). 1 partie de laine plongée dans 40 p. d'eau tenant 0,4 de sous-carbonate de soude hydraté en solution, et 0,4 d'étain en feuille disséminé entre ses filaments, donne lieu à une émission d'acide hydro-sulfurique et d'ammoniaque, et à une formation de protosulfure d'étain; la laine est profondément altérée dans sa ténacité, et il s'est formé aux dépens de ses éléments une quantité très notable d'un *acide volatil odorant*, dont je parlerai plus bas.

» (*b*). 1 partie de laine dans les mêmes circonstances que la précédente (*a*), sauf que du plomb remplace l'étain, est plus colorée, mais peu altérée dans sa ténacité, aussi produit-elle moins d'*acide volatil odorant*.

» (*c*). 1 partie de laine dans les mêmes circonstances que la précédente (*b*), sauf que du protoxide de plomb jaune remplace le plomb, est beaucoup plus colorée, et sensiblement plus altérée.

» On voit donc, 1° que le contact de l'étain avec la laine dans une eau très légèrement alcalisée, détermine une altération bien plus forte que ne le fait le plomb métallique;

» 2°. Que le contact du protoxide de plomb avec l'eau alcalisée détermine une altération plus forte que le contact du plomb métallique avec l'eau alcalisée.

» J'ajoute que si l'on conserve 1 partie de laine dans 40 p. d'eau avec 0,4 de protoxide de plomb sans alcali, la laine se colore, sinon plus fortement qu'avec le protoxide de plomb et l'eau alcalisée, du moins plus uniment; mais, fait remarquable, c'est que la ténacité de la laine est à peine altérée, tandis que s'il n'y avait pas eu de protoxide de plomb avec l'eau distillée, la laine aurait perdu beaucoup de sa ténacité.

» Un fait remarquable encore, c'est que la laine abandonnée quatre ans à elle-même dans l'eau distillée, n'a rien présenté au bout de ce temps qui indiquât une séparation de son soufre, si ce n'est une très légère odeur alliacée; mais le papier de plomb plongé dans l'atmosphère du flacon qui

exhalait cette odeur y conservait sa blancheur. Quoi qu'il en soit, la laine avait perdu de sa ténacité, moins cependant que la portion qui avait été en contact avec l'étain et le sous-carbonate de soude, et il s'était produit de l'acide carbonique et de l'ammoniaque.

» L'action du protoxide de plomb pour conserver la laine est tout-à-fait analogue à celle que j'ai reconnue dans la magnésie pour préserver la graisse de porc de la rancidité.

» Enfin, l'action altérante de l'étain dans l'eau alcalisée est un fait à expliquer.

» En traitant la laine par l'acide nitrique, et en prenant toutes les précautions possibles pour déterminer exactement, au moyen du chlorure de barium, la quantité d'acide sulfurique produite par le soufre de la laine, j'ai trouvé que 100 parties de cette substance, dans l'état où elle est employée, contiennent 1,78 de soufre.

CHAPITRE II. — *De la matière grasse de la laine et théorie du désuintage de la laine dite en suint.*

» Exposons maintenant le résumé des expériences que j'ai faites pour arriver à l'explication du désuintage de la laine. Cette opération pratiquée en grand consiste essentiellement à traiter à une température de 60 à 75° en général, la laine en suint, et même toutes les variétés de laine du commerce, par une eau rendue alcaline au moyen de l'urine ammoniacale ou du sous-carbonate de soude ou du savon, à laquelle on ajoute souvent un lait argilo-calcaire. Enfin, après 10 ou 15 minutes au plus, la laine est lavée *vivement* dans des paniers ou des vaisseaux de cuivre percés de trous, plongés dans un cours d'eau.

» J'ai traité par l'eau distillée froide un kilogramme de laine de mérinos en suint, jusqu'à ce qu'il ne cédât plus rien à ce liquide. L'eau du premier lavage s'est colorée, parce qu'elle a dissous *le suint proprement dit*, et elle était trouble parce qu'elle avait entraîné la plus grande partie de la *matière terreuse* que la laine en suint contient toujours.

» L'examen du *suint*, ainsi que l'examen comparatif de l'*acide volatil* signalé plus haut avec *un acide volatil* produit dans la putréfaction des matières azotées, seront l'objet d'un Mémoire spécial, le neuvième de la troisième série de mes recherches. Tout le monde sait que Vauquelin a considéré le suint comme un savon de potasse.

» La laine soumise au lavage à l'eau distillée, jusqu'à ce que celle-ci ne lui enlevât plus rien à froid, avait une couleur d'un gris-roux; elle ne se

mouillait pas facilement. Au toucher elle était évidemment grasse; la pressait-on entre deux papiers doubles de Suède avec un fer chaud, elle les tachait fortement, et les taches ne disparaissaient pas à l'air, parce qu'elles étaient produites par une matière grasse non évaporable.

» La matière grasse que j'ai isolée de la laine au moyen de l'alcool bouillant, se compose de deux principes immédiats correspondants par la différence de leur fluidité à la stéarine et à l'oléine. C'est pour cela que je les désigne par les noms de *stéarérine* (suif de la laine) et de *élaïérine* (huile de la laine); mais elles diffèrent absolument de la stéarine et de l'oléine par plusieurs de leurs propriétés, et notamment par celle de ne pouvoir être saponifiées au moyen des alcalis.

» La stéarérine n'est parfaitement liquide qu'à 60°, tandis que l'élaïérine l'est encore à 15°.

» Toutes les deux sont neutres aux réactifs colorés.

» 1000 parties d'alcool (densité 0,805) ont dissous à 15°, 1 partie seulement de stéarérine et 7 parties d'élaïérine. C'est sur cette différence de solubilité qu'est surtout fondé le procédé au moyen duquel on sépare ces deux principes l'un de l'autre.

» 1 partie de stéarérine et 100 parties d'eau, chauffées ensemble, ne font point émulsion, même après le refroidissement, comme le font 1 partie d'élaïérine et 100 parties d'eau.

» 1 partie de stéarérine et 2 parties de potasse hydratée dissoutes dans l'eau, chauffées de 97° à 99° pendant 60 heures, font émulsion, mais ne se saponifient pas.

» En distillant la stéarérine et l'élaïérine avec de l'hydrate de potasse, on n'obtient ni ammoniaque ni sulfure. Elles paraissent donc dépourvues d'azote et de soufre, et n'être formées que de carbone, d'hydrogène, et probablement d'oxigène, unis en des proportions que je ferai connaître plus tard.

» Si nous recherchons la proportion de la matière grasse dans la laine lavée à l'eau distillée et séchée à 100°, croira-t-on qu'elle s'élève à 20,8 parties pour 100, et que la laine en retient encore! C'est cependant le résultat de l'expérience sur deux échantillons de laine de mérinos; l'un provenait d'agneaux et l'autre d'une brebis. Je suis loin d'affirmer que les laines des diverses races doivent contenir la même proportion de matière grasse, par la raison que mes expériences ne portent encore que sur la laine de mérinos.

» Quant à la laine qui a été soumise aux opérations du désuintage et du lavage exécutées en grand, on trouve que l'alcool en sépare à peine 0,03

de matière grasse, d'où il suit qu'elle en perd environ 17 parties pour 100 dans le traitement qu'on lui fait subir avant de la filer et de la teindre.

» La théorie de ces opérations n'ayant jamais été donnée exactement, je vais l'exposer comme je la conçois, en m'appuyant des observations précédentes et des expériences que j'ai faites pour contrôler les conséquences que j'en ai tirées.

» Si l'on ne traitait la laine que par de l'eau pure et froide, comme je l'ai fait, on en séparerait le *suint soluble;* quant à la matière grasse, elle resterait fixée à la laine, et retiendrait les parties terreuses les plus divisées du sable que les toisons contiennent toujours : ces parties terreuses étant plus ou moins colorées, masqueraient la blancheur qui est propre à la laine parfaitement désuintée et lavée.

» Que fait-on en grand? On charge l'eau d'une chaudière de *suint soluble,* qui rend l'eau alcaline et comme savonneuse, quoiqu'on ne puisse pas assimiler absolument cette matière à un savon; on augmente l'alcalinité de l'eau avec de l'urine ammoniacale ou du sous-carbonate de soude ou du savon; ensuite on augmente l'énergie de l'eau alcaline en en portant la température de 60 à 75° en général. Dès-lors la matière grasse de la laine forme avec l'eau alcaline chaude, *non une dissolution,* puisqu'il ne peut y avoir de saponification, *mais une émulsion.* Et cette émulsion se sépare de la laine, parce qu'elle est persistante et qu'on en accroît encore la stabilité, en ajoutant au bain de désuintage une certaine quantité de lait terreux au sein duquel la matière grasse émulsive se disperse. Enfin, au moyen de l'agitation *vive* que subit la laine dans les mannes, paniers, caisses où l'eau se renouvelle continuellement, on sépare tous les corps étrangers qui peuvent être enlevés par une action mécanique, et la matière soluble du liquide de la chaudière qui la mouillait.

» Veut-on apprécier l'influence dans le désuintage de l'alcalinité de l'eau, de sa température, et enfin se convaincre de la nécessité de séparer la plus grande partie de la matière grasse de la laine afin de l'obtenir dans son plus grand état de blancheur possible, qu'on prenne en considération les observations suivantes :

» 1. L'eau de sous-carbonate de soude *à froid* forme une émulsion avec la laine lavée à l'eau distillée, tandis que l'eau pure n'en forme pas. Le premier liquide séparé de la laine, laisse déposer une matière terreuse qui cède à l'alcool beaucoup de stéarérine et d'élaïérine, et le liquide trouble séparé du dépôt évaporé à sec en cède encore au même dissolvant.

» 2. L'eau qu'on fait digérer à 75° sur la laine lavée à l'eau distillée

froide, devient émulsive, parce qu'une portion de matière grasse, à la vérité très légère, se dissémine dans l'eau.

» 3. Si l'on incinère la laine lavée à l'eau distillée froide, on trouve qu'elle contient 46 millièmes de matière terreuse, tandis que si l'on incinère un échantillon de cette même laine, mais après qu'il aura subi l'action de l'alcool et qu'il sera devenu blanc, la cendre s'élèvera à peine à 9 millièmes. Enfin une dernière preuve de l'influence exercée mécaniquement par la matière grasse sur la couleur de la laine, c'est que si l'on traite par l'alcool bouillant dans un petit ballon de verre quelques grammes de laine simplement lavée à l'eau distillée froide, on verra qu'en même temps que l'alcool dissout la matière grasse, la laine blanchit et la matière argilo-ferrugineuse qui en masquait la blancheur se précipite au fond du ballon.

» Le tableau suivant présente les proportions respectives de matières que j'ai retirées d'une toison de mérinos. Leurs poids ont été déterminés pour le degré de dessiccation auquel les matières parviennent à une température de 100°.

Matière terreuse qui s'est déposée de l'eau distillée dans laquelle on a lavé la laine		26,06
Suint dissous par l'eau distillée froide		32,74
Laine lavée à l'eau distillée froide.	*Matière grasse formée de stéarérine et d'élaïérine*	8,57
	Matière terreuse fixée à la laine par la matière grasse	1,40
	Laine dégraissée par l'alcool	31,23
		100,00

CHAPITRE III. — *De la laine privée de sa matière grasse.*

» La laine privée de sa matière grasse observée au microscope comparativement à la laine de même origine pourvue de sa matière grasse, en diffère beaucoup : elle présente des brins cylindroïdes dont les arêtes ne sont pas nettes mais chargées de petites masses grumelées, tandis que la seconde présente des filaments cylindroïdes à stries transversales dont les arêtes sont bien nettes.

» La laine privée de sa matière grasse, exposée à une température de 160° pendant six heures, comparativement avec de la laine qui en est pourvue, prend une légère couleur jaune, tandis que l'autre échantillon devient brun. Enfin la laine filée qui a cédé à l'alcool 2,4 à 2,8 de parties de matière grasse pour 100, soumise à la même expérience, comparativement avec de la laine qui n'a pas subi le traitement alcoolique, s'est moins colorée que cette dernière; mais tout en reconnaissant la part de la matière grasse dans la coloration de la laine par la chaleur, mes expériences ne m'au-

torisent pas à attribuer à cette cause unique le phénomène dont je parle.

» Puisque la matière grasse ne contient pas de soufre, il est évident que la laine traitée par l'alcool devra présenter comme celle qui ne l'a pas été, tous les phénomènes de coloration par les métaux qui peuvent agir sur ce soufre et produire des sulfures colorés.

» Enfin la laine passée à l'alcool donne plus d'acide sulfurique quand on la traite par l'acide nitrique, que n'en donne la laine ordinaire. La première en a produit 2,22 et la seconde 1,78; toutefois je ferai observer que ces résultats ne sont pas absolument comparables, parce que les laines n'avaient pas la même origine.

Chapitre IV. — *Séparation du soufre de la laine.*

» Le fait que la laine peut perdre de son soufre sans que sa structure en soit sensiblement altérée, et cet autre fait analogue, que le soufre peut la quitter pour s'unir à plusieurs métaux, au plomb, par exemple, m'ont conduit à rechercher s'il ne serait pas possible d'en isoler le soufre. Après quelques essais, j'ai soumis la laine au traitement suivant. Malheureusement j'ai été obligé de prendre une laine filée différente de la laine de mérinos qui a servi aux expériences rapportées dans les chapitres précédents II et III.

» 1 partie de laine, $\frac{1}{5}$ de chaux et 40 p. d'eau macéraient ensemble pendant 48 heures.

» La laine était lavée, tordue, puis traitée par l'acide hydro-chlorique étendu, et enfin lavée et tordue.

» La chaux séparait du soufre à l'état de sulfure de calcium, et l'acide hydro-chlorique dégageait encore de l'acide hydro-sulfurique de la laine passée à la chaux.

» La laine n'a donné de signe d'affaiblissement qu'au onzième traitement. On lui en a fait subir 28; ainsi elle a subi 28 macérations de 48 heures dans la chaux et 28 traitements par l'acide hydro-chlorique. L'ensemble des opérations a duré six mois.

Chapitre V. — *De la laine séparée de son soufre.*

» La laine qui a été soumise à l'action désulfurante de la chaux est très affaiblie dans sa ténacité. Observée au microscope comparativement avec une laine de même origine, mais pourvue de son soufre, au lieu de présenter comme celle-ci des brins cylindroïdes à arêtes nettes, rectilignes, avec des stries transversales, la laine désoufrée présentait beaucoup de

filaments aplatis, déchirés sur les bords, avec des stries longitudinales qui sembleraient indiquer que l'intérieur de ces brins a été mis à découvert plutôt par les nombreuses torsions que l'on a fait subir à la matière que par l'action chimique.

» La laine séparée de son soufre ne donne que 0,005 de cendres.

» L'alcool bouillant en a séparé 2,82 de matière grasse, tandis qu'il n'en a extrait que 2,4 de la laine de même origine, mais non désoufrée : la différence tient probablement à la différence de l'état de division physique des deux échantillons.

» Enfin la laine désoufrée, même celle qui a été soumise à l'action de l'alcool, prend par l'action d'une température de 160°, soutenue pendant six heures, une couleur orangée bien plus intense que la laine non désoufrée.

» La chaux n'a point enlevé à la laine la totalité de son soufre, car en la traitant par l'acide nitrique, on peut constater qu'elle en retient encore 0,46 de partie au lieu de 2 parties environ qu'elle contenait auparavant. Quoi qu'il en soit, il est facile, par des expériences comparatives, de voir que la laine désoufrée ne se colore plus, ou du moins que très légèrement, par les corps métalliques qui colorent fortement la laine ordinaire.

CHAPITRE VI. — *Conséquences de mes expériences sous le point de vue de l'industrie.*

» En signalant à l'Académie (*Compte rendu* de la séance du 26 décembre 1837) le grave inconvénient de la présence du cuivre dans les pièces de laine destinées à recevoir, au moyen de l'impression, des dessins dont les matières colorantes doivent être fixées à la vapeur et apparaître ensuite sur des fonds blancs ou de teintes très claires, je n'avais point indiqué d'une manière positive l'état chimique du cuivre dans ces pièces; aujourd'hui je démontre que le métal, sous l'influence de la vapeur, se combine avec le soufre de la laine pour produire un sulfure jaune-orangé-brun.

» J'appelle l'attention des industriels sur la nécessité d'éloigner les outils de cuivre et les préparations de ce métal, de la laine destinée à l'impression en couleurs claires.

» Je fais sentir l'intérêt qu'il y aurait de se livrer à des essais propres à reconnaître soigneusement l'influence qu'exercerait, dans la filature, la matière grasse de la laine simplement désuintée *à l'eau pure*, comparativement à l'influence de l'huile d'olive qu'on ajoute à la laine complétement désuintée avant de la filer.

CHAPITRE VII. — *Conséquences de mes expériences sous le point de vue de la physiologie.*

» J'insiste sur la correspondance des deux principes immédiats de la matière grasse de la laine avec les principes immédiats des graisses du tissu cutané, sous ce rapport que la stéarérine et l'élaïérine diffèrent l'une de l'autre par la fusibilité, précisément comme la margarine ou la stéarine diffèrent de l'oléine sous le même rapport; mais je fais remarquer en même temps combien la propriété de se saponifier, que possèdent ces trois derniers principes, les distingue de la stéarérine et de l'élaïérine.

» J'insiste sur la présence du soufre dans un composé encore inconnu, qui est distinct de la partie filamenteuse de la laine et qui s'y trouve intimement uni; je fais remarquer que sous l'influence de la chaleur, sous celle des alcalis et de plusieurs métaux, ce soufre abandonne la laine, et de latent qu'il était, devient sensible, tandis qu'il conserve son état latent des années entières dans la laine plongée au milieu de l'eau distillée.

» Enfin, il semblerait, en considérant l'état latent du soufre dans l'albumine et dans la laine, que l'opinion de Hatchett, qui regarde cette dernière matière comme de l'albumine coagulée, ne serait pas dénuée de vraisemblance. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Considérations nouvelles sur la théorie des suites et sur les lois de leur convergence; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Parmi les théorèmes nouveaux que j'ai publiés dans mon Mémoire de 1831, sur la Mécanique céleste, l'un des plus singuliers, et en même temps l'un de ceux auxquels les géomètres paraissent attacher le plus de prix, est celui qui donne immédiatement les règles de la convergence des séries fournies par le développement des fonctions explicites, et réduit simplement la loi de convergence à la loi de continuité, la définition des fonctions continues n'étant pas celle qui a été long-temps admise par les auteurs des traités d'algèbre, mais bien celle que j'ai adoptée dans mon *Analyse algébrique*, et suivant laquelle une fonction est continue entre des limites données de la variable, lorsque entre ces limites elle conserve constamment une valeur finie et déterminée, et qu'à un accroissement infiniment petit de la variable correspond un accroissement infiniment petit de la fonction elle-même. Comme le remarquait dernièrement un ami des sciences, que je m'honore d'avoir vu autrefois assister à quelques-unes de

mes leçons, le théorème que je viens de rappeler est si fécond en résultats utiles pour le progrès des sciences mathématiques, et il est d'ailleurs d'une application si facile, qu'il y aurait de grands avantages à le faire passer dans le calcul différentiel, et à débarrasser sa démonstration des signes d'intégration qui ne paraissent pas devoir y entrer nécessairement. Ayant cherché les moyens d'atteindre ce but, j'ai eu la satisfaction de reconnaître qu'on pouvait effectivement y parvenir, à l'aide des principes établis dans mon *Calcul différentiel*, et dans le Résumé des leçons que j'ai données, à l'École Polytechnique, sur le calcul infinitésimal. En effet, à l'aide de ces principes, on démontre aisément, comme on le verra dans le premier paragraphe de ce Mémoire, diverses propositions parmi lesquelles se trouve le théorème que je viens de citer; et l'on peut alors, non-seulement reconnaître dans quels cas les fonctions sont développables en séries convergentes, ordonnées suivant les puissances ascendantes des variables qu'elles renferment, mais encore assigner des limites aux erreurs que l'on commet en négligeant, dans ces mêmes séries, les termes dont le rang surpasse un nombre donné.

» Le second paragraphe du Mémoire se rapporte plus spécialement au développement des fonctions implicites. Pour développer ces sortes de fonctions, on a souvent fait usage de la méthode des coefficients indéterminés. Mais cette méthode, qui suppose l'existence d'un développement et même sa forme déjà connues, ne peut servir à constater ni cette forme, ni cette existence, et détermine seulement les coefficients que les développements peuvent contenir, sans indiquer les valeurs entre lesquelles les variables doivent se renfermer pour que les fonctions restent développables. Il est clair, par ce motif, que beaucoup de démonstrations admises autrefois sans contestation, doivent être regardées comme insuffisantes. Telle est, en particulier, la démonstration que M. Laplace a donnée de la formule de Lagrange, et que Lagrange a insérée dans la *Théorie des fonctions analytiques*. Des démonstrations plus rigoureuses de la même formule sont celles où l'on commence par faire voir que la multiplication de deux séries semblables à la série de Lagrange reproduit une série de même forme, et celle que j'ai donnée en 1831 dans un Mémoire sur la Mécanique céleste. Mais de ces deux démonstrations, la première est assez longue, et la seconde exige l'emploi des intégrales définies. Or, comme la formule de Lagrange et d'autres formules analogues servent à la solution d'un grand nombre de problèmes, j'ai pensé qu'il serait utile d'en donner une démonstration très simple, et en quelque sorte

élémentaire. Tel est l'objet que je me suis proposé dans le second paragraphe du Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

ANALYSE.

§ I^er. *Développement des fonctions en séries convergentes. Règle sur la convergence de ces développements, et limites des restes.*

» La théorie du développement des fonctions en séries ordonnées suivant les puissances ascendantes des variables, est une conséquence immédiate de deux théorèmes, dont la démonstration se déduit, comme on va le voir, des principes établis dans mon *Calcul différentiel* et des propriétés connues des racines de l'unité.

» I^er *Théorème.* Soit

$$x = re^{p\sqrt{-1}}$$

une variable imaginaire dont le module soit r et l'argument p. Soit encore

$$\varpi(x)$$

une fonction de la variable x qui reste finie et continue, ainsi que sa dérivée $\varpi'(x)$, pour des valeurs du module r comprises entre certaines limites

$$r = r_0, \quad r = \mathrm{R}.$$

Enfin nommons n un nombre entier, susceptible de croître indéfiniment, et prenons

$$\theta = e^{\frac{2\pi}{n}\sqrt{-1}}.$$

θ représentera une racine primitive de l'équation

$$x^n = 1;$$

et si, en attribuant à r l'une quelconque des valeurs comprises entre les limites r_0, R, on pose

$$(1) \qquad \frac{\varpi'(r) + \theta\varpi'(\theta r) + \theta^2\varpi'(\theta^2 r) + \ldots + \theta^{n-1}\varpi'(\theta^{n-1} r)}{n} = \delta,$$

δ s'évanouira sensiblement pour de très grandes valeurs de n; par conséquent la moyenne arithmétique entre les diverses valeurs du produit

$$\theta^m\varpi'(\theta^m r)$$

correspondantes aux valeurs

$$0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ n-1,$$

du nombre m, se réduira sensiblement à zéro, en même temps que $\frac{1}{n}$.

» *Démonstration.* En effet, si l'on nomme i un accroissement attribué à une valeur de x dans le voisinage de laquelle la fonction $\varpi(x)$ et sa dérivée $\varpi'(x)$ restent finies et continues, on aura, pour des valeurs de i peu différentes de zéro (voir le *Calcul différentiel*),

$$\varpi(x+i) - \varpi(x) = i[\varpi'(x) + j],$$

j devant s'évanouir avec i. On aura donc par suite

$$(2)\quad \begin{cases} \varpi(\theta r) - \varpi(r) = (\theta-1)r\,[\varpi'(r) + \delta_0], \\ \varpi(\theta^2 r) - \varpi(\theta r) = (\theta-1)r\,[\theta\varpi'(\theta r) + \delta_1], \\ \text{etc.}\ldots\ldots\ldots \\ \varpi(\theta^n r) - \varpi(\theta^{n-1} r) = (\theta-1)r\,[\theta^{n-1}\varpi'(\theta^{n-1} r) + \delta_{n-1}], \end{cases}$$

$\delta_0, \delta_1, \ldots\ \delta_{n-1}$ devant s'évanouir avec $\theta - 1$, ou, ce qui revient au même, avec $\frac{1}{n}$; puis, en posant, pour abréger,

$$\frac{\delta_0 + \delta_1 + \ldots + \delta_{n-1}}{n} = -\delta,$$

c'est-à-dire, en représentant par $-\delta$ la moyenne arithmétique entre les expressions imaginaires

$$\delta_0,\ \delta_1,\ \ldots\ \delta_{n-1},$$

on tirera des équations (2)

$$(3)\quad \frac{\varpi(\theta^n r) - \varpi(r)}{(\theta-1)r} = \varpi'(r) + \theta\varpi'(\theta r) + \ldots + \theta^{n-1}\varpi'(\theta^{n-1} r) - n\delta.$$

Enfin, comme on aura précisément

$$\theta^n = 1,\quad \varpi(\theta^n r) = \varpi(r),$$

l'équation (3) se réduira simplement à l'équation (1). D'autre part, comme la somme de plusieurs expressions imaginaires offre un module inférieur à la somme de leurs modules, la moyenne $-\delta$ offrira un module inférieur au plus grand des modules de

$$\delta_0,\ \delta_1,\ \ldots\ \delta_{n-1}.$$

Donc δ s'évanouira en même temps que chacun d'eux, c'est-à-dire en même temps que $\frac{1}{n}$; ce qui démontre l'exactitude du théorème 1^er^.

» 2^e^ *Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le théorème 1^er^, si l'on fait, pour abréger,

$$\Pi(r) = \frac{\varpi(r) + \varpi(\theta r) + \ldots + \varpi(\theta^{n-1} r)}{n}, \tag{4}$$

c'est-à-dire, si l'on représente par $\Pi(r)$ la moyenne arithmétique entre les diverses valeurs de

$$\varpi(\theta^m r)$$

correspondantes aux valeurs

$$0, 1, 2, 3, \ldots n - 1,$$

du nombre m; alors, pour de grandes valeurs de n, la fonction $\Pi(r)$ restera sensiblement invariable entre les limites $r = r_0$, $r = \mathrm{R}$.

» *Démonstration.* Supposons qu'à une valeur de r comprise entre les limites r_0, R, on attribue un accroissement ρ assez petit pour que $r + \rho$ soit encore compris entre ces limites. Les accroissements correspondants des divers termes de la suite

$$\varpi(r), \varpi(\theta r), \ldots \varpi(\theta^{n-1} r),$$

seront de la forme

$$\left\{\begin{array}{lll} \varpi(r+\rho) & -\varpi(r) & = \rho[\varpi'(r) + \varepsilon_0], \\ \varpi[\theta(r+\rho)] & -\varpi(\theta r) & = \rho[\theta\varpi'(\theta r) + \varepsilon_1], \\ \text{etc.}\ldots & & \\ \varpi[\theta^{n-1}(r+\rho)] & -\varpi(\theta^{n-1} r) & = \rho[\theta^{n-1}\varpi'(\theta^{n-1} r) + \varepsilon_{n-1}], \end{array}\right. \tag{5}$$

$\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots \varepsilon_{n-1}$, désignant des expressions imaginaires qui s'évanouiront avec $\frac{1}{n}$; et par suite la moyenne arithmétique entre ces mêmes accroissements ou la différence

$$\Pi(r+\rho) - \Pi(r),$$

se trouvera déterminée par la formule

$$\Pi(r+\rho) - \Pi(r) = \rho\left[\frac{\varpi'(r) + \theta\varpi'(\theta r) + \ldots + \theta^{n-1}\varpi'(\theta^{n-1} r)}{n} + \varepsilon\right], \tag{6}$$

la valeur de ε étant

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_{n-1}}{n}. \tag{7}$$

On aura donc, eu égard à la formule (1),

$$\Pi(r+\rho) - \Pi(r) = \rho(\varepsilon - \delta),$$

ou, ce qui revient au même,

$$\Pi(r+\rho) - \Pi(r) = \iota\rho, \tag{8}$$

ι représentant la différence $\varepsilon - \delta$, et devant, comme ε et δ, s'évanouir avec $\frac{1}{n}$.

» On conclura facilement de la formule (8), que, pour de grandes valeurs de n, la fonction $\Pi(r)$ reste sensiblement invariable entre les limites $r = r_0$, $r = \mathrm{R}$, en sorte qu'on a par exemple, sans erreur sensible,

$$\Pi(\mathrm{R}) = \Pi(r_0). \tag{9}$$

Effectivement, pour établir cette dernière équation, il suffira de partager la différence

$$\mathrm{R} - r_0$$

en éléments très petits égaux entre eux, et la différence

$$\Pi(\mathrm{R}) - \Pi(r_0)$$

en éléments correspondants, puis d'observer que, si l'on prend pour ρ un des éléments de la première différence, la seconde différence sera, en vertu de la formule (8), le produit de ρ par la somme des valeurs de ι, ou, ce qui revient au même, le produit de $\mathrm{R} - r_0$ par une moyenne arithmétique entre les diverses valeurs de ι. Soit I cette moyenne arithmétique, on aura

$$\Pi(\mathrm{R}) - \Pi(r_0) = \mathrm{I}(\mathrm{R} - r_0);$$

et, comme le module de I ne pourra surpasser le plus grand des modules de ι, il est clair que I, tout comme ι, devra s'évanouir avec $\frac{1}{n}$. Donc le produit

$$\mathrm{I}(\mathrm{R} - r_0)$$

devra lui-même s'évanouir sensiblement pour de grandes valeurs de n, du moins tant que R conservera une valeur finie. On prouverait de la même manière que, si la valeur de r est comprise entre les limites r_0, R, on aura sensiblement, pour de grandes valeurs de n,

$$\Pi(r) = \Pi(r_0). \tag{10}$$

» *Nota.* Le second membre de la formule (4) n'est autre chose que la moyenne arithmétique entre les diverses valeurs de la fonction

$$\varpi(x)$$

qui correspondent à un même module r de la variable x, et à des valeurs de $\frac{x}{r}$ représentées par les diverses racines de l'unité du degré n. La limite vers laquelle converge cette moyenne arithmétique, tandis que le nombre n croît indéfiniment, est ce qu'on pourrait appeler la *valeur moyenne* de la fonction $\varpi(x)$, pour le module donné r de la variable x. Lorsqu'on admet cette définition, le théorème 2 peut s'énoncer de la manière suivante:

» *Si la fonction* $\varpi(x)$ *et sa dérivée* $\varpi'(x)$ *restent finies et continues pour un module r de x renfermé entre les limites* r_0, R, *la valeur moyenne de* $\varpi(x)$ *correspondante au module r, supposé compris entre les limites* r_0, R, *sera indépendante de ce module.*

» *Corollaire* 1^er^. Les mêmes choses étant posées que dans les théorèmes 1 et 2, si la fonction $\varpi(x)$ et sa dérivée restent encore continues, pour un module r de x renfermé entre les limites 0, R, on aura sensiblement, pour un semblable module et pour de grandes valeurs de n,

$$\Pi(r) = \Pi(0). \tag{11}$$

» *Corollaire* 2^me^. Les mêmes choses étant posées que dans le corollaire 1^er^, si la fonction $\varpi(x)$ s'évanouit avec x, on pourra en dire autant de la fonction $\Pi(x)$, et par suite on aura sensiblement, pour de grandes valeurs de n,

$$\Pi(r) = 0. \tag{12}$$

» *Corollaire* 3^me^. Concevons maintenant que l'on pose

$$\varpi(z) = \frac{f(z) - f(x)}{z - x} z, \tag{13}$$

$f(z)$ désignant une fonction de z qui reste finie et continue avec sa dérivée $f'(z)$, pour un module r de z compris entre les limites 0, R. $\Pi(z)$, ainsi que $\varpi(z)$, s'évanouira pour une valeur nulle de z; et si, en posant pour abréger

$$\varphi(z) = \frac{z}{z - x} f(z), \quad \psi(z) = \frac{z}{z - x} f(x), \tag{14}$$

on nomme

$$\Phi(z), \quad \Psi(z),$$

ce que devient $\Pi(z)$ quand on remplace $\varpi(z)$ par $\varphi(z)$ ou par $\downarrow(z)$, alors, en vertu de la formule (12), on aura sensiblement, pour de grandes valeurs de n, et pour un module r de z, inférieur à R,

$$\Phi(r) - \Psi(r) = 0. \tag{15}$$

D'autre part, si l'on suppose le module r de z supérieur au module de x, on aura

$$\frac{z}{z-x} = 1 + z^{-1}x + z^{-2}x^2 + \dots,$$

et par suite, eu égard aux propriétés bien connues des racines de l'unité,

$$\Psi(r) = f(x).$$

Donc alors la formule (15) donnera sensiblement, pour de grandes valeurs de n,

$$f(x) = \Phi(r), \tag{16}$$

ou, ce qui revient au même,

$$f(x) = \frac{1}{n}\left[\frac{r}{r-x}f(r) + \frac{\theta r}{\theta r - x}f(\theta r) + \dots + \frac{\theta^{n-1}r}{\theta^{n-1}r - x}f(\theta^{n-1}r)\right]. \tag{17}$$

En vertu de cette dernière équation, qui devient rigoureuse quand n devient infini, la fonction $f(x)$ pourra être généralement représentée par la valeur moyenne du produit

$$\frac{z}{z-x}f(z) \tag{18}$$

correspondante au module r de la variable z, si la fonction $f(z)$ et sa dérivée $f'(z)$ restent finies et continues pour ce module de z ou pour un module plus petit. D'ailleurs la fraction

$$\frac{z}{z-x},$$

et par suite le produit (18), seront, pour un module de x inférieur au module r de z, développables en séries convergentes ordonnées suivant les puissances ascendantes de x. On pourra donc en dire autant du second membre de la formule (17) et de la fonction $f(x)$, quand le module de x

sera inférieur au plus petit des modules de z pour lesquels la fonction $f(z)$ cesse d'être finie et continue. On peut donc énoncer la proposition suivante.

» 3^me *Théorème.* Si l'on attribue à la variable x un module inférieur au plus petit de ceux pour lesquels une des deux fonctions $f(x)$, $f'(x)$ cesse d'être finie et continue, la fonction $f(x)$ pourra être représentée par la valeur moyenne du produit

$$\frac{z}{z-x} f(z),$$

correspondante à un module r de z, qui surpasse le module donné de x; et sera par conséquent développable en série convergente, ordonnée suivant les puissances ascendantes de la variable x.

» *Nota.* Comme en supposant la fonction $f(x)$ développable suivant les puissances ascendantes de x, et de la forme

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots, \tag{19}$$

on tirera de l'équation (19) et de ses dérivées relatives à x

$$a_0 = f(0), \quad a_1 = \frac{f'(0)}{1}, \quad a_2 = \frac{f''(0)}{1.2}, \dots$$

il est clair que le développement de $f(x)$, déduit du théorème 3, ne différera pas de celui que fournirait la formule de Taylor. On arrive encore aux mêmes conclusions en observant que le produit

$$\frac{z}{z-x} f(z),$$

développé suivant les puissances ascendantes de x, donne pour développement la série

$$f(z), \quad x\frac{f(z)}{z}, \quad x^2\frac{f(z)}{2^2}, \quad \text{etc.....}$$

Donc, dans le développement de $f(x)$, le terme constant devra se réduire à la valeur moyenne de $f(z)$, laquelle, en vertu du 2^e théorème, est précisément $f(0)$, le coefficient de x à la valeur moyenne du rapport $\frac{(z)}{z}$, ou, ce qui revient au même, du rapport

$$\frac{f(z) - f(0)}{z},$$

et par conséquent à la valeur commune $f'(0)$, que prennent ce rapport et la fonction $f'(z)$, pour $z = 0$, etc...

» Quant au reste qui devra compléter la série de Taylor, réduite à ses n premiers termes, il se déduira encore facilement des principes que nous venons d'établir.

» En effet, puisqu'on aura

$$\frac{z}{z-x} = 1 + \frac{x}{z} + \frac{x^2}{z^2} + \ldots + \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} + \frac{x^n}{z^{n-1}(z-x)},$$

et, par suite,

$$\frac{z}{z-x} f(z) = f(z) + \frac{x}{z} f(z) + \frac{x^2}{z^2} f(z) + \ldots + \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} f(z) + \frac{x^n}{z^{n-1}(z-x)} f(z),$$

il est clair que le reste dont il s'agit sera la valeur moyenne du produit

$$\frac{x^n}{z^{n-1}(z-x)} f(z),$$

considéré comme fonction de z, pour un module r de z supérieur au module donné de x. Donc, si l'on nomme $\mathfrak{R}$ le plus grand des modules de $f(z)$ correspondants au module r de z, et X le module attribué à la variable x, le reste de la série de Taylor aura pour module un nombre inférieur au produit

$$\frac{X^n}{r^{n-1}(r-X)} \mathfrak{R},$$

par conséquent inférieur au reste de la progression géométrique que l'on obtient en développant suivant les puissances ascendantes de x, le rapport

$$\frac{r\mathfrak{R}}{r-X}.$$

On peut donc énoncer encore la proposition suivante :

» 4^e^ *Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le théorème 3, si l'on arrête le développement de la fonction $f(x)$ après le n^{me} terme, le reste qui devra compléter le développement sera la valeur moyenne du produit

$$\left(\frac{x}{z}\right)^{n-1} \frac{x f(z)}{z-x},$$

pour un module r de z supérieur au module donné de x. Si d'ailleurs on nomme $\mathfrak{R}$ le plus grand des modules de $f(z)$ correspondants au mo-

dule r de z, et X le module attribué à x, le module du reste ne surpassera pas le produit

$$\left(\frac{X}{r}\right)^{n-1}\frac{X\mathfrak{R}}{r-X}.$$

» Les principes ci-dessus exposés, particulièrement, les notions des valeurs moyennes des fonctions pour des modules donnés des variables, et les divers théorèmes que nous venons d'établir, peuvent être immédiatement étendus et appliqués à des fonctions de plusieurs variables. On obtiendra de cette manière de nouveaux énoncés des propositions que renferme le Mémoire lithographié sur la *Mécanique céleste*, présenté à l'Académie de Turin, dans la séance du 11 octobre 1831; et l'on arrivera, par exemple, au théorème suivant.

» 5e *Théorème.* Soient $x, y, z, \ldots$ plusieurs variables réelles ou imaginaires. La fonction $f(x, y, z, \ldots)$ sera développable par la formule de Maclaurin, étendue au cas de plusieurs variables, en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de $x, y, z, \ldots$ si les modules de $x, y, z \ldots$ conservent des valeurs inférieures à celles pour lesquelles la fonction reste finie et continue. Soient $r, r', r'', \ldots$ ces dernières valeurs ou des valeurs plus petites, et $\mathfrak{R}$ le plus grand des modules de $f(x, y, z, \ldots)$ correspondants au module r de x, au module r' de y, au module r'' de z. . . . Les modules du terme général et du reste de la série en question seront respectivement inférieurs aux modules du terme général et du reste de la série qui a pour somme le produit

$$\frac{r}{r-x}\,\frac{r'}{r'-y}\,\frac{r''}{r''-z}\ldots\mathfrak{R}.$$

§ II. *Développement des fonctions implicites. Formule de Lagrange.*

» Les principes établis dans le paragraphe précédent peuvent être appliqués non-seulement au développement des fonctions explicites, mais encore au développement des fonctions implicites, par exemple, de celles qui représentent les racines des équations algébriques et transcendantes. Alors la loi de convergence se réduit encore à la loi de continuité. Concevons, pour fixer les idées, que la variable x soit déterminée en fonction de la variable ε par une équation algébrique ou transcendante de la forme

$$x = \varepsilon\varpi x, \tag{1}$$

$\varpi(x)$ étant une fonction explicite et donnée de x qui ne renferme point ε,

et ne devienne point nulle ni infinie pour $x = 0$. Parmi les racines de l'équation (1), il en existera une qui s'évanouira en même temps que ε Or cette racine, si l'on fait croître le module de ε par degrés insensibles, variera elle-même insensiblement, ainsi que sa dérivée relative à ε, en restant fonction continue de la variable ε, jusqu'à ce que cette variable acquière une valeur pour laquelle deux racines de l'équation (1) deviennent égales, pourvu toutefois que dans l'intervalle la valeur de $\varpi(x)$, correspondante à la racine dont il s'agit, ne cesse pas d'être continue. Donc, si la fonction $\varpi(x)$ reste continue pour des valeurs quelconques de x, celle des racines de l'équation (1) qui s'évanouit avec ε sera développable en série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de ε, pour tout module de la variable ε inférieur au plus petit de ceux qui introduisent des racines égales dans l'équation (1), et rendent ces racines communes à l'équation (1) et à sa dérivée

$$1 = \varepsilon \varpi'(x),$$

par conséquent, pour tout module de ε inférieur au plus petit de ceux qui répondent aux équations simultanées

$$\varepsilon = \frac{x}{\varpi(x)}, \quad \frac{\varpi(x)}{x} = \varpi'(x). \tag{2}$$

Ainsi, par exemple, la plus petite racine x de l'équation

$$x = \varepsilon \cos x,$$

sera développable en série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de ε, pour tout module de ε inférieur au plus petit de ceux qui répondent aux équations simultanées

$$\varepsilon = \frac{x}{\cos x}, \quad \text{et} \quad \frac{\cos x}{x} = -\sin x, \text{ ou } \operatorname{tang} x = -x.$$

Or ce plus petit module, qui correspond à la racine imaginaire

$$x = 1{,}199678\ldots \sqrt{-1}$$

de l'équation $\operatorname{tang} x = -x$, sera

$$0{,}662742\ldots;$$

et par conséquent la plus petite racine de l'équation

$$x = \varepsilon \cos x$$

sera développable en série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de ε, pour tout module de ε inférieur au nombre 0,662742... On se trouve ainsi ramené immédiatement à un résultat auquel M. Laplace est parvenu par des calculs assez longs dans son Mémoire sur la convergence de la série que fournit le développement du rayon vecteur d'une planète suivant les puissances ascendantes de l'excentricité.

» Il nous reste à indiquer une méthode très simple, à l'aide de laquelle on peut souvent construire avec une grande facilité les développements des fonctions implicites. Pour ne pas trop alonger ce Mémoire, nous nous contenterons ici d'appliquer cette méthode au développement de la plus petite racine x de l'équation (1), ou d'une fonction de cette racine.

» Nommons α celle des racines de l'équation (1) qui s'évanouit avec ε, et que nous supposons être une racine simple. On aura identiquement

$$x - \varepsilon\varpi(x) = (x - \alpha)\,\Pi(x), \tag{3}$$

$\Pi(x)$ désignant une fonction de x qui ne deviendra point nulle ni infinie pour $x = 0$. Or, de l'équation (3), jointe à sa dérivée, on déduira la suivante

$$\frac{1 - \varepsilon\varpi'(x)}{x - \varepsilon\varpi(x)} = \frac{1}{x - \alpha} + \frac{\Pi'(x)}{\Pi(x)}, \tag{4}$$

que l'on obtiendrait immédiatement en prenant les dérivées logarithmiques des deux membres de l'équation (3). On aura donc par suite

$$\frac{\Pi'(x)}{\Pi(x)} = \frac{1 - \varepsilon\varpi'(x)}{x - \varepsilon\varpi(x)} - \frac{1}{x - \alpha}. \tag{5}$$

D'ailleurs, pour des valeurs de x suffisamment rapprochées de zéro, la fonction

$$\frac{\Pi'(x)}{\Pi(x)}$$

sera généralement développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes, entières et positives de x. Ainsi, en particulier, si $\Pi(x)$ est une fonction entière de x, et si l'on nomme $\theta, \gamma, \ldots$ les racines de l'équation

$$\Pi(x) = 0, \tag{6}$$

on aura identiquement

$$(7) \qquad \Pi(x) = k\,(x-\mathcal{C})\,(x-\gamma)\ldots,$$

k désignant un coefficient indépendant de x; et par suite

$$(8) \qquad \frac{\Pi'(x)}{\Pi(x)} = \frac{1}{x-\mathcal{C}} + \frac{1}{x-\gamma} + \ldots \text{ etc.}$$

Donc alors on aura, pour tout module de x inférieur aux modules des racines $\mathcal{C}, \gamma, \ldots$

$$(9) \qquad \frac{\Pi'(x)}{\Pi(x)} = -\left(\frac{1}{\mathcal{C}} + \frac{1}{\gamma} + \ldots\right) - \left(\frac{1}{\mathcal{C}^2} + \frac{1}{\gamma^2} + \ldots\right)x - \text{etc...}$$

Donc aussi le second membre de l'équation (5) devra être développable, pour des modules de x qui ne dépassent pas certaines limites, en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes, entières et positives de x. Or il semble au premier abord que, pour de très petits modules de ε, ou, ce qui revient au même, pour de très petits modules de α, ce développement ne puisse s'effectuer. Car, si le module de α devient inférieur à celui de x, et le module de ε à celui de $\frac{x}{\varpi(x)}$, alors, en posant, pour abréger,

$$\varpi(x) = \mathfrak{X},$$

on trouvera

$$(10) \qquad \frac{1}{x-\alpha} = \frac{1}{x} + \frac{\alpha}{x^2} + \frac{\alpha^2}{x^3} + \ldots,$$

$$(11) \qquad \frac{1-\varepsilon\varpi'(x)}{x-\varepsilon\varpi(x)} = \frac{1}{x} - \varepsilon D_x\left(\frac{\mathfrak{X}}{x}\right) - \frac{\varepsilon^2}{2} D_x\left(\frac{\mathfrak{X}^2}{x^2}\right) - \frac{\varepsilon^3}{3} D_x\left(\frac{\mathfrak{X}^3}{x^3}\right) - \text{etc...}$$

De plus, en désignant par ι un nombre infiniment petit que l'on devra réduire à zéro, après les différentiations effectuées, et par $\mathfrak{z}$ ce que devient $\mathfrak{X}$ quand on remplace x par ι, on aura encore, en vertu de la formule de Maclaurin,

$$(12) \quad \mathfrak{X} = \mathfrak{z} + \frac{x}{1} D_\iota \mathfrak{z} + \frac{x^2}{1.2} D_\iota^2 \mathfrak{z} + \ldots, \quad \mathfrak{X}^2 = \mathfrak{z}^2 + \frac{x}{1} D_\iota \mathfrak{z}^2 + \frac{x^2}{1.2} D_\iota^2 \mathfrak{z}^2 + \ldots, \text{ etc.};$$

et

$$(13) \quad D_x \frac{\mathfrak{X}}{x} = -\frac{\mathfrak{z}}{x^2} + \frac{1}{1.2} D_\iota^2 \mathfrak{z} + \ldots, \quad D_x \frac{\mathfrak{X}^2}{x^2} = -2\frac{\mathfrak{z}^2}{x^3} - \frac{1}{1} \frac{D_\iota \mathfrak{z}^2}{x^2} + \frac{1}{1.2.3} D_\iota^3 \mathfrak{z}^2 + \ldots,$$

et par suite le second membre de la formule (5), développé suivant les puissances ascendantes de x, renfermera en apparence non-seulement des puissances positives, mais encore des puissances négatives de x; ces

dernières même étant, à ce qu'il semble, en nombre infini. Toutefois il importe d'observer qu'en supposant le module de α très petit, on pourra développer ε, ε^2, ... et par suite les seconds membres de formules (11) et (5), suivant les puissances ascendantes de α. Alors le second membre de la formule (5), développé suivant les puissances ascendantes de x et de α, offrira, il est vrai, des puissances positives et des puissances négatives de x, mais seulement des puissances positives de α; et le coefficient d'une puissance quelconque de α, par exemple de α^m, dans ce second membre, sera la somme u_m d'une série qui renfermera un nombre infini de puissances positives de x, avec les seules puissances négatives

$$\frac{1}{x^m}, \quad \frac{1}{x^{m-1}}, \ldots \quad \frac{1}{x}.$$

D'autre part, en vertu des principes établis dans le paragraphe précédent (5e théorème), le facteur $\frac{\Pi'(x)}{\Pi(x)}$ sera développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes, entières et positives, de x et de α, tant que les modules de x et de α ne dépasseront pas les limites au-delà desquelles cette fonction cesse d'être continue; et le coefficient de α^m, dans le développement, sera la somme v_m d'une série qui renfermera seulement les puissances entières et positives de x. Donc, puisque deux développements, ordonnés suivant les puissances ascendantes, entières et positives, de α, ne peuvent devenir égaux sans qu'il y ait égalité entre les coefficients des mêmes puissances, les deux coefficients de α^m que nous avons désignés par u_m, v_m, et qui représentent les sommes de deux séries ordonnées suivant les puissances ascendantes de x, seront égaux; d'où il résulte que, dans la première de ces deux séries, chacun des m premiers termes, proportionnels à des puissances négatives de x, devra s'évanouir. Donc le terme proportionnel à $\frac{1}{x^2}$, en particulier, s'évanouira dans la série dont la somme u_m sert de coefficient à α^m, quel que soit d'ailleurs le nombre m; d'où il résulte que la somme des termes proportionnels à $\frac{1}{x^2}$ s'évanouira elle-même, dans le développement du second membre de la formule (5) suivant les puissances ascendantes de x et de α. Or cette somme, en vertu des formules (9), (10), (13), sera évidemment

$$\varepsilon\vartheta + \frac{\varepsilon^2}{1.2} D_t \vartheta^2 + \frac{\varepsilon^3}{1.2.3} D_t^2 \vartheta^3 + \ldots = \alpha,$$

On aura donc

$$(14) \qquad \alpha = \varepsilon \mathfrak{F} + \frac{\varepsilon^2}{1.2} D_\iota \mathfrak{F}^2 + \frac{\varepsilon^3}{1.2.3} D_\iota^2 \mathfrak{F}^3 + \dots,$$

la valeur de ι devant être réduite à zéro, après les différenciations effectuées. La formule (14), qui subsiste tant que α et sa dérivée relative à ε restent fonctions continues de ε, est précisément la formule donnée par Lagrange pour le développement de α suivant les puissances ascendantes de ε. Si l'on égalait à zéro, dans le développement du second membre de la formule (5), non plus le coefficient de $\frac{1}{x^2}$, mais ceux de $\frac{1}{x^3}$, de $\frac{1}{x^4}$, etc., ... on obtiendrait immédiatement les formules données par Lagrange pour le développement de α^2, α^3, etc., ... suivant les puissances ascendantes de ε. Enfin, si l'on égalait les coefficients des puissances positives

$$x, x^2 \dots$$

à ceux qui affectent les mêmes puissances dans le second membre de la formule (9), on obtiendrait les valeurs des sommes

$$\frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\gamma} + \dots, \quad \frac{1}{\zeta^2} + \frac{1}{\gamma^2} + \dots,$$

développées encore suivant les puissances ascendantes entières et positives de ε.

» Soit maintenant $f(x)$ une fonction qui ne devienne pas infinie pour $x = 0$. Après avoir multiplié par le rapport

$$\frac{f(x) - f(0)}{x}$$

les deux membres de la formule (5), on pourra, tant que la fonction $f(x)$ ne deviendra pas discontinue, développer le second membre suivant les puissances ascendantes de x; et, comme, dans ce développement effectué à l'aide des équations (10), (11), (13) ou de formules analogues, le coefficient de $\frac{1}{x^2}$ devra disparaître, on en conclura facilement

$$(15) \quad f(\alpha) - f(0) = \varepsilon \mathfrak{F} f'(\iota) + \frac{\varepsilon^2}{1.2} D_\iota [\mathfrak{F}^2 f'(\iota)] + \frac{\varepsilon^3}{1.2.3} D_\iota^2 [\mathfrak{F}^3 f'(\iota)] + \dots,$$

la valeur de ι devant être réduite à zéro après les différenciations effectuées. On retrouve encore ici la formule donnée par Lagrange pour le développement de $f(\alpha)$. Il est bon d'observer que, dans cette formule, le coefficient de $\frac{\varepsilon^n}{n}$, déterminé par la méthode qu'on vient d'exposer, sera le coefficient de $\frac{1}{x^2}$ dans le développement du produit

$$\frac{f(x)-f(0)}{x}D_x\left(\frac{\mathfrak{X}^n}{x^n}\right),$$

ou, ce qui revient au même, le coefficient $\frac{1}{x^2}$ dans le développement de la fonction

$$(16) \qquad -D_x\left\{[f(x)-f(0)]D_x\left(\frac{\mathfrak{X}}{x}\right)^n\right\}.$$

Mais comme la dérivée du second ordre d'un développement ordonné suivant les puissances ascendantes et entières de x, ne peut renfermer la puissance négative $\frac{1}{x^2}$, cette puissance disparaîtra dans le développement de

$$D_x^2\left(\frac{f(x)-f(0)}{x^n}\mathfrak{X}^n\right)=D_x\left[[f(x)-f(0)]D_x\left(\frac{\mathfrak{X}}{x}\right)^n\right]+D_x\frac{\mathfrak{X}^n f'(x)}{x^n},$$

d'où il suit qu'elle sera multipliée par un même coefficient dans les développements de l'expression (16) et de la suivante

$$D_x\frac{\mathfrak{X}^n f'(x)}{x^n}.$$

Donc, dans le second membre de la formule (15), le coefficient de $\frac{\varepsilon^n}{n}$ devra se réduire, comme nous l'avons admis, à

$$\frac{1}{1.2\ldots(n-1)}D_i^{n-1}[\mathfrak{I}^n f'(i)],$$

i devant être réduit à zéro après les différenciations. »

» La même méthode, comme je l'expliquerai plus en détail dans un autre article, peut servir à développer, suivant les puissances ascendantes d'un paramètre contenu dans une équation algébrique ou transcendante, la somme des racines qui ne deviennent pas infinies quand le paramètre s'évanouit, ou plus généralement la somme des fonctions semblables de ces racines. On retrouve alors les résultats obtenus dans le Mémoire de 1831.

» On pourrait, au reste, démontrer rigoureusement la formule de Lagrange, en combinant la méthode que M. Laplace a suivie avec la théorie que nous avons exposée dans le premier paragraphe. »

M. **Auguste de Saint-Hilaire** fait hommage à l'Académie de la première partie d'un ouvrage intitulé : *Morphologie végétale, ou Leçons de Botanique.* « Je suis parti, dit M. Aug. de Saint-Hilaire, d'un petit nombre de principes, et je les applique à toute la structure extérieure des plantes. Je compare entre eux les organes d'un même végétal ; je compare les mêmes organes dans les différents végétaux, et enfin les fleurs entre elles. J'ai inséré dans cet ouvrage diverses observations que j'ai faites en France et

dans le cours de mes voyages, et qui n'avaient point encore été publiées, j'aurais pu les présenter sous la forme de mémoires, mais j'ai pensé que, pour ménager le temps de ceux qui étudient, il valait mieux ne leur offrir que de simples résumés. Je n'ai rien négligé pour atteindre le but que je me proposais, celui de me rendre utile à l'enseignement élevé de la morphologie.»

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par voie de scrutin, à la nomination d'un associé étranger en remplacement de M. Blumenbach.

La liste de la Commission présente les noms suivants :

1°. M. Léopold de Buch..... à Berlin.

2°. Et par ordre alphabétique,

MM.	Bessel.....	à Kœnigsberg.
	Brewster.....	à Saint-Andrew.
	Faraday.....	à Londres.
	Herschell.....	à Slough.
	Jacobi.....	à Kœnigsberg.
	Mitscherlich.....	à Berlin.
	OErsted.....	à Copenhague.

Le nombre des votants est de 52; majorité 27.

Au premier tour de scrutin

M. de Buch obtient.....	38	suffrages,
M. Bessel.....	6	
M. OErsted.....	5	
M. Brewster.....	2	
M. Mitscherlich.....	1	

M. **Léopold de Buch** ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est déclaré élu; sa nomination sera soumise à l'approbation du Roi.

On procède ensuite, également par voie de scrutin, à la nomination de six membres qui, avec le président de l'Académie, composeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats pour la place d'associé étranger vacante par la mort de M. Olbers. Trois de ces membres doivent être pris dans les sections des Sciences mathématiques et trois dans les sections des Sciences physiques.

La majorité des suffrages se réunit sur MM. Arago, Biot, Alex. Brongniart, de Blainville, Poinsot et de Mirbel.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE CHIMIQUE. — *Recherches sur la chaleur spécifique des corps simples et des corps composés; par* M. **V. Regnault**, Ingénieur des Mines. — 1^er^ Mémoire.

(Commissaires, MM. Gay-Lussac, Arago, Thénard, Dumas, Piobert.)

« L'auteur commence par un exposé historique des principaux travaux qui ont été faits jusqu'à ce jour sur la chaleur spécifique des corps. Il insiste sur la belle loi découverte par Dulong et Petit sur la chaleur spécifique des corps simples; loi qui est devenue maintenant complétement douteuse à cause des nombreuses anomalies qui se rencontrent dans les recherches mêmes de ces illustres physiciens quand on remplace les poids atomiques mal déterminés à l'époque de leur travail par les poids atomiques véritables.

» Il fait ensuite la comparaison des différents procédés employés pour déterminer la chaleur spécifique, et il conclut d'une série d'expériences directes que la méthode du refroidissement telle qu'elle a été employée jusqu'ici ne peut pas donner de bons résultats et que les différences que l'on remarquera entre ses nombres et ceux de Dulong et Petit tiennent aux incertitudes de cette méthode.

» L'auteur donne ensuite la description détaillée de ses expériences et de l'appareil qu'il a employé et il réunit dans un même tableau les nombres qu'il a trouvés pour la chaleur spécifique des corps simples. Il divise ce tableau en deux parties : La première partie renferme les substances qu'il a pu obtenir complétement pures et dont la chaleur spécifique doit être regardée comme exacte; la seconde partie renferme les métaux qui n'ont pu être réduits que dans le creuset brasqué. Ces métaux sont toujours un peu carburés et, par suite, leur chaleur spécifique est un peu trop forte. Au reste, pour faire voir de combien environ ces chaleurs spécifiques doivent être diminuées pour s'appliquer aux métaux dans l'état de pureté, on a placé dans la seconde partie du tableau la chaleur spécifique du fer à différents états de carburation, à l'état d'acier, de *fine-metal* et de fonte blanche, ainsi que les chaleurs spécifiques du cobalt et du nickel fondus dans le creuset brasqué.

» Les corps simples examinés sont les suivants :

» Fer, zinc, cuivre, cadmium, argent, arsenic, plomb, bismuth, antimoine, étain, nickel, cobalt, platine, palladium, iridium, or, soufre, sélé-

nium, tellure, iode, urane, tungstène, molybdène, manganèse, phosphore, carbone, mercure, acier fondu, *fine-metal*, fonte, nickel carburé, cobalt carburé.

» Il termine par les conclusions suivantes :

» Si l'on compare les nombres trouvés par Dulong et Petit avec ceux que j'ai obtenus sur les mêmes substances, on voit que les miens sont généralement plus forts. Les différences tiennent probablement à la manière d'opérer. Dans leurs expériences par la méthode des mélanges, Dulong et Petit échauffaient leurs substances en les tenant plongées dans de l'eau en ébullition; puis ils les transportaient dans l'eau du vase réfrigérant. Or pendant ce trajet dans l'air, il doit y avoir une perte de chaleur fort notable par l'évaporation de l'eau qui mouille la surface du corps. La vérification directe à laquelle j'ai eu soin de soumettre ma manière d'opérer en prenant la chaleur spécifique de l'eau, montre suffisamment que mes nombres ne peuvent comporter que de très faibles incertitudes.

» On remarquera des différences beaucoup plus grandes entre mes résultats et ceux de Dulong et Petit pour le cobalt et pour le tellure. La chaleur spécifique du cobalt est la même que celle du nickel, ce qui fait disparaître une des principales anomalies dans la loi des atomes. La chaleur spécifique du tellure n'est guère que la moitié de celle donnée par ces illustres physiciens. Je n'hésite pas à attribuer ces divergences aux incertitudes de la méthode du refroidissement, comme j'ai cherché à le faire voir plus haut.

» Voyons maintenant si les valeurs que j'ai obtenues pour la chaleur spécifique des corps simples confirment la loi des atomes. Il faut pour cela que les nombres inscrits dans la dernière colonne du tableau et qui représentent les produits des chaleurs spécifiques par les poids atomiques correspondants, restent constants. Or on voit que ces nombres varient de 38 à 42, c'est-à-dire de quantités beaucoup plus grandes que celles qui peuvent résulter des erreurs d'observation. La loi des atomes ne se vérifie donc pas d'une manière absolue. Mais si l'on fait attention que les poids atomiques des substances simples inscrites dans le tableau varient de 200 à 1400, tandis que les produits des poids atomiques par les chaleurs spécifiques restent compris entre 38 et 42, on sera convaincu que la loi de Dulong et Petit doit être adoptée, sinon comme absolue, au moins comme très approchée de la vérité. Cette loi représenterait probablement les résultats de l'expérience d'une manière tout-à-fait rigoureuse, si l'on pouvait prendre la chaleur spécifique de chaque corps à un point déterminé de son échelle thermométrique et si l'on pouvait débarrasser sa chaleur spécifique de

toutes les causes étrangères qui la modifient dans l'observation. Ces causes peuvent être de différentes natures.

» Les corps qui passent par l'état de mollesse avant de se fondre complétement renferment probablement déjà avant leur liquéfaction une portion de leur chaleur latente de fusion qui s'ajoute dans l'expérience à la chaleur spécifique.

» D'un autre côté, le calorique spécifique des corps tel que nous le déterminons par l'expérience s'obtient d'après l'observation de la quantité de chaleur que le corps a dû absorber pour produire son élévation thermométrique (or c'est là à proprement parler sa *chaleur spécifique*), plus de la quantité de chaleur qu'il a dû prendre pour produire sa dilatation. Cette dernière quantité de chaleur que l'on pourrait appeler *chaleur latente de dilatation*, s'ajoute dans l'expérience à la chaleur spécifique: elle est très grande dans les corps gazeux, beaucoup plus faible dans les corps solides et liquides, mais dans aucun cas elle n'est négligeable, et elle doit faire varier nécessairement d'une manière sensible la chaleur spécifique observée.

» Toutes ces causes d'erreur sont encore compliquées par le choix arbitraire de l'origine à partir de laquelle on compte pour chaque corps les élévations thermométriques, choix qui n'est déterminé par aucune propriété physique telle que le point de fusion ou d'ébullition de la substance, mais se trouve le même pour des corps de nature complétement différente.

» L'augmentation de la chaleur spécifique avec la température suffirait seule pour démontrer la nécessité de choisir pour chaque substance un point de départ en rapport avec un de ses caractères spécifiques, puisqu'il n'y a aucune raison pour que cette augmentation, qui probablement est soumise à une certaine loi, mette en évidence cette loi, quand on l'estime pour chaque corps à partir d'une valeur numérique qui certainement n'occupe pas pour tous la même position sur la courbe qui exprime cette loi en fonction de la température.

» Au reste, je me suis assuré que le calorique spécifique d'une même substance peut varier d'une manière sensible quand la densité du corps subit une variation du même ordre. Ainsi, par exemple, le cuivre, dont la densité augmente notablement par l'écrouissage, subit une diminution très marquée dans sa chaleur spécifique; celle-ci reprend sa valeur primitive dans le métal recuit.

» J'ai commencé une série d'expériences analogues sur les substances

qui peuvent présenter à la même température des densités sensiblement différentes, par exemple le verre trempé et le verre bien recuit. Ces expériences trouveront naturellement leur place dans le chapitre où je me propose de traiter des corps dimorphes. On sait que dans ces derniers la densité varie souvent d'une manière notable. Le peu que je viens de dire ici sur la variation que la chaleur spécifique d'un métal peut subir par l'écrouissage, suffit pour montrer la nécessité de faire les expériences sur des substances dans lesquelles les molécules ont bien pris leur position naturelle, par exemple, dans les matières qui, après fusion, se sont refroidies lentement. Or ces conditions ne peuvent pas toujours être remplies dans la pratique.

» On conçoit d'après cela que chercher la loi qui lie les chaleurs spécifiques (y) des corps avec leurs poids atomiques (x) consiste à déterminer la forme d'une fonction F (x, y, u, v, etc., etc.), qui renferme en même temps d'autres variables, quand on connaît seulement une série de valeurs numériques de y et les valeurs de x correspondantes. La forme de la fonction se manifesterait d'une manière absolue, si, en faisant varier x, u et v ne variaient pas en même temps que y; mais comme cette variation simultanée a toujours lieu, et que jusqu'à présent on n'a pas de moyen d'apprécier son influence, qui heureusement est assez faible dans la chaleur spécifique des corps solides et liquides, la forme de la fonction ne se manifestera que d'une manière approchée entre les valeurs numériques de y et celles de x. Telle est probablement la véritable raison qui empêche la loi de Dulong et Petit de ressortir rigoureusement des nombres fournis par l'expérience.

» Je n'ai pas toujours adopté dans ce Mémoire les poids atomiques tels qu'ils sont admis par M. Berzélius. Ainsi, en me bornant pour le moment à la première division du tableau qui est la seule propre à faire ressortir la loi de la chaleur spécifique des atomes, on voit que le poids atomique de l'argent est la moitié du poids atomique adopté par M. Berzélius, et que celui du bismuth est 1330 au lieu de 887.

» Le poids atomique 1351, admis par M. Berzélius pour l'argent, suppose que l'oxide d'argent est RO, qu'il correspond au protoxide de plomb, à l'oxide noir de cuivre. Or les minéralogistes savent très bien maintenant, d'après les belles observations de MM. Gustave et Henri Rose, que le sulfure d'argent doit être regardé comme isomorphe avec le protosulfure de cuivre Cu^2S, et qu'il peut le remplacer en toutes proportions dans les fahlerz et dans les bournonites. Le protoxide d'argent correspon-

drait d'après cela au protoxide de cuivre, au protoxide de mercure, et le poids atomique généralement adopté pour l'argent devrait être divisé par 2.

» M. Berzélius a admis pendant long-temps, avec les autres chimistes, le nombre 1330 pour le poids atomique du bismuth, ce qui donnait au protoxide de ce métal la formule Bi^2O^3, et le plaçait à côté du protoxide d'antimoine. Mais depuis la découverte du peroxide de bismuth par Stromeyer, il a cru nécessaire de changer le poids atomique adopté jusqu'ici, et de le remplacer par le nombre 887, parce que l'analyse faite par ce chimiste du peroxide de bismuth ne donnait pas de rapport simple avec le poids atomique ancien, tandis qu'avec le nouveau poids atomique on avait la série Bi O et $Bi\,O^{1\frac{1}{2}}$. Le protoxide de bismuth correspondrait, d'après cela, au protoxide de plomb. Mais cette supposition répugne à toutes les analogies. Le sulfure de bismuth est loin d'être isomorphe avec le sulfure de plomb; il présente au contraire, d'après M. Phillips, une forme cristalline semblable à celle du sulfure d'antimoine. Les expériences récentes de M. Jacquelin sur quelques combinaisons du bismuth rendent extrêmement probable l'identité de composition de l'oxide puce de Stromeyer avec l'acide antimonieux, et l'isomorphisme du chlorure de bismuth avec le protochlorure d'antimoine. Je ne crois pas qu'il puisse rester de doute après cela sur la nécessité de revenir à l'ancien poids atomique du bismuth.

» La loi de la chaleur spécifique des atomes simples étant bien établie, donnerait un caractère décisif pour fixer la valeur des poids atomiques des substances simples dont les caractères chimiques ne sont pas assez tranchés ou pas assez complétement connus pour pouvoir fixer le choix des chimistes entre plusieurs nombres également probables. Si nous appliquons cette loi aux substances renfermées dans la 2^{me} division du tableau, nous trouvons deux corps simples pour lesquels il faudrait changer les poids atomiques actuellement admis. Ce sont l'urane et le carbone.

» Le poids atomique de l'urane adopté jusqu'ici, est 2711. Ce poids atomique est énorme: il est deux fois plus grand que les poids atomiques les plus élevés des autres substances simples. D'après la chaleur spécifique de ce métal, il faut réduire son poids atomique à 677,84, c'est-à-dire au quart. L'oxide d'urane, considéré jusqu'ici comme le protoxide, devient U^4O. Malheureusement les combinaisons de l'urane nous sont si imparfaitement connues, qu'il est impossible de se servir ici des considérations chimiques pour établir le poids atomique de ce corps. J'ai entrepris quelques expériences pour remplir cette lacune.

» Le poids atomique du carbone admis par M. Berzélius devrait être

doublé; ce qui donnerait aux combinaisons de ce corps avec l'oxigène les formules suivantes :

Oxide de carbone..... CO^2
Acide oxalique..... CO^3
Acide carbonique..... CO^4

» Les carbonates neutres deviennent ainsi des sous-carbonates, et les bicarbonates des carbonates neutres.

» Je ne développerai pas ici toutes les considérations chimiques sur lesquelles on pourrait s'appuyer pour faire prévaloir ce poids atomique du carbone; je les réserve pour un prochain travail dans lequel j'examinerai la chaleur spécifique des composés organiques. Je me bornerai à remarquer que ce nouveau poids atomique explique un fait observé par tous les chimistes, et qui consiste en ce que : dans toutes les substances organiques sur la composition et l'équivalent desquelles il ne reste pas d'incertitude, on peut diviser par 2 le nombre des atomes du carbone. Je ne connais d'exception à ce fait général, en me bornant toutefois aux substances organiques d'une composition un peu simple, que les acides gallique, pyro-citrique, pyro-tartrique. Or M. Liebig a montré dernièrement que ces acides doivent être considérés comme des acides bibasiques, et que l'équivalent adopté jusqu'ici doit être doublé, ce qui rend encore le nombre des atomes du carbone divisible par 2.

» Les chaleurs spécifiques du bore et du silicium seraient des données très précieuses pour fixer les poids atomiques de ces corps, qui n'ont pu être obtenus jusqu'ici que par des considérations bien vagues et des analogies plus ou moins éloignées. Je n'ai pu jusqu'à présent me procurer qu'une fort petite quantité de ces matières; cependant j'ai fait quelques expériences pour déterminer leur capacité calorifique par la méthode du refroidissement. J'espère pouvoir les donner bientôt avec les chaleurs spécifiques de quelques métaux que j'ai réussi également à obtenir en petite quantité; je veux parler du chrôme, du titane et du rhodium.

» J'annoncerai également à l'Académie que j'ai déterminé la chaleur spécifique d'un grand nombre de corps composés; mes expériences s'étendent déjà à une centaine de ces substances, mais je ne les regarde pas encore comme assez complètes pour les lui soumettre en ce moment. Je me contenterai de déposer sur le bureau mes cahiers d'expériences, en priant l'Académie de vouloir bien constater le point où je suis arrivé dans ces recherches. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE CHIMIQUE. — *Recherches sur l'application de la chaleur spécifique des corps à la détermination de leur poids dit atomique; par* M. A. BAUDRIMONT.

(Même Commission que pour le Mémoire de M. Régnault.)

« Je résumerai en quelques mots, dit l'auteur, les principaux résultats consignés dans ce Mémoire, et l'on voudra bien se rappeler que s'ils n'ont pas tous le mérite de la nouveauté, c'est que j'en ai publié une partie depuis quatre ans.

» 1°. La méthode du refroidissement employée pour déterminer la capacité calorique des corps n'est applicable qu'à un certain nombre d'entre eux;

» 2°. La capacité calorique des corps doit être distinguée de la caloricité spécifique, qui n'en est qu'un des éléments;

» 3°. Le volume des corps, leur densité, leur dilatabilité et la cohésion, sont des éléments dont il est desirable que l'on puisse tenir compte dans la détermination, soit de la caloricité spécifique, soit de la capacité calorique de ces mêmes corps;

» 4°. Les corps élémentaires ne sont point formés d'atomes immédiatement *juxtaposés*, mais bien de molécules divisibles;

» 5°. La *caloricité spécifique* des corps est proportionnelle au nombre des molécules qu'ils contiennent lorsqu'on les considère sous des poids égaux, ou bien elle est réciproque au poids de ces mêmes molécules;

» 6°. Les molécules des corps subissent des modifications isomériques, soit en changeant d'état, soit en se combinant avec d'autres molécules;

» 7°. Les molécules des corps solides se divisent dans l'acte de la combinaison, aussi bien que celles des corps gazeux;

» 8°. Les formules chimiques ne font point connaître le poids réel des molécules des corps, mais elles indiquent seulement des poids qui offrent un rapport simple avec eux. »

CHIMIE. — *Faits relatifs à l'acide sulfo-sulfurique et à ses combinaisons ; par* M. PERSOZ.

(Commission nommée pour un précédent Mémoire du même auteur sur les composés oxidés du soufre.)

L'auteur résume dans les termes suivants les résultats qui se déduisent de ses nouvelles recherches :

« 1°. Les différents sels désignés sous le nom d'*hypo-sulfite* ne doivent pas être confondus entre eux;

» 2°. Dans la formation des bi-hypo-sulfites, il se forme plusieurs sels qui diffèrent par leurs propriétés et leur composition, et qui peuvent avoir pour base tantôt un oxide, tantôt un sulfure, et tantôt enfin un mélange de sulfo-base et d'oxi-base;

» 3°. L'acide sulfo-sulfurique peut être obtenu en grande quantité en faisant réagir le sulfide hydrique sur l'acide sulfureux sous l'influence de l'eau;

» 4°. Ce même acide prend naissance en faisant réagir le sulfide hydrique sur l'acide sulfurique. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Description et figure d'une nouvelle machine à feu, à rotation immédiate; par* M. GALY-CAZALAT.

(Commissaires, MM. Arago, Poncelet, Piobert, Séguier.)

ANATOMIE COMPARÉE. — *Recherches sur la structure intime des poumons de l'homme ; par* M. PASCAL, professeur à l'hôpital militaire d'instruction de Strasbourg.

(Commissaires, MM. Magendie, de Blainville.)

Dans ce Mémoire, M. Pascal, après avoir fait l'historique des travaux les plus récents sur ce sujet, et discuté les preuves sur lesquelles leurs auteurs appuient les opinions qu'ils soutiennent, s'attache à prouver que dans chacune des méthodes d'investigation suivies jusqu'à présent, il y a eu des causes d'erreur. Le nouvel examen auquel il se livre le conduit à attribuer aux lobules du poumon une disposition vésiculaire, disposition qui, dit-il, est en harmonie avec les faits que fournit l'étude de l'Anatomie pathologique.

MM. ARTHUR frères adressent le modèle en petit d'une *vanne régulatrice*

qui s'ouvre et se ferme d'elle-même et que les inventeurs considèrent comme pouvant être particulièrement utile pour les rivières sujettes à de fréquentes inondations.

« Une de ces *vannes*, disent MM. Arthur, a été établie depuis plusieurs mois sur la rivière Rille à Bernay (Eure), et elle est tellement sensible qu'une variation de deux millimètres dans la hauteur de l'eau suffit pour la faire jouer. »

(Commissaires, MM. Poncelet, Séguier.)

M. Kepinski adresse, pour le concours aux prix de médecine et de chirurgie de la fondation Montyon un Mémoire ayant pour titre : *Miasmohémie ou Recherches sur les miasmes, sur les maladies auxquelles ils donnent naissance et sur les moyens qu'il convient d'employer pour combattre ces maladies.*

CORRESPONDANCE.

ENTOMOLOGIE. — *Sur les insectes qui produisent la substance appelée par les Chinois cire d'arbre.* (Extrait d'une Lettre de M. Virey.)

« Dans un travail sur la cochenille de la résine lacque, publié il y a long-temps (*Journal complémentaire des Sciences médicales*, tome X), j'ai traité aussi du *Coccus*, donnant la cire des Chinois. Ce travail est cité dans le *Règne animal* de Cuvier, tome V, p. 232, 2e édit.

» La *Cochenille cérifère* est aujourd'hui aussi bien connue que celle de la lacque et se trouve également dans l'Inde orientale où elle vit principalement sur le *Celastrus ceriferus* (1). Elle a été fort bien décrite et figurée dans une monographie publiée à Madras en 1790, par James Anderson, sous le titre de *Monographia Cocci ceriferi*. Le chimiste G. Pearson a examiné cette cire dans un Mémoire inséré parmi ceux des *Transactions philosophiques*, en 1794, p. 383.

» Le *Coccus ceriferus* a été inscrit dans le *Systema Rhyngotorum*, par Fabricius (Brunswick, 1803, in-8, p. 311), avec son rostre contenant une soie vers sa poitrine, et des antennes filiformes chez le mâle.

» On reçoit de Madagascar une autre cire jaune, transparente, dite

(1) Il y a dans l'Inde un autre *Celastrus*, qui produit une sorte de manne par la piqûre du *Chermes mannifer*. (*Annal. Scienc. nat.*, Tom. XII, p. 74.) Le *Celastrus ceriferus*, lui-même, laisse exsuder avec la cire une liqueur mielleuse que les fourmis recherchent.

Lit-in-bitsic, extraite par d'autres cochenilles d'un arbre non décrit mais indiqué déjà par Flacourt. Toutes les lacques, au reste, contiennent plus ou moins de véritable cire. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la reproduction des objets d'Histoire naturelle au moyen des procédés de la Photographie.*

M. **Donné** met sous les yeux de l'Académie divers dessins qui, à sa demande, ont été exécutés au microscope solaire, par M. Vincent Chevalier.

« La perfection avec laquelle les détails les plus minutieux de l'organisation sont reproduits dans ces images, prouve suffisamment, dit M. Donné, tout le parti que peut tirer le naturaliste de l'invention de MM. Niépce et Daguerre. Je suis loin d'ailleurs de prétendre qu'on puisse s'en servir avec le même bonheur pour tous les corps qui font l'objet des études du micrographe; ainsi, je crois, avec M. Turpin, qu'on a peu de chances d'un succès complet lorsqu'on tente de reproduire l'image de petits animaux qui, comme l'Acarus de la gale, sont sujets à se déformer par la dessiccation; mais, en le supposant même tout-à-fait inapplicable dans certains cas, du moment qu'on a la preuve qu'il réussit pleinement dans une foule d'autres, le procédé n'en doit pas moins être considéré comme très précieux.

» M. Turpin, dans la note à laquelle je viens de faire allusion, a encore parlé, et de même pour la condamner d'une manière absolue, de la gravure des images photogéniques; je répondrai à ces remarques par des faits, et, dès que l'Académie pourra m'accorder la parole, j'aurai l'honneur de lui lire le Mémoire dont j'ai récemment adressé les conclusions sous forme de paquet cacheté. »

La Commission chargée d'examiner les pièces adressées pour le *concours au prix de Physiologie expérimentale*, avait fait remarquer, dans une séance précédente, que, si pour quelques autres concours les auteurs doivent garder l'anonyme, il est souvent nécessaire pour celui-ci qu'ils soient connus, puisqu'il est dans l'intérêt de chacun d'eux, lorsque ses expériences doivent être répétées, qu'elles le soient par lui sous les yeux des commissaires.

Par suite de cet avertissement M. **Haro** se fait connaître pour l'auteur d'un Mémoire inscrit sous le n° 4, et portant pour titre : *Sur la respiration des Grenouilles, des Salamandres et des Tortues*, avec cette devise qui se trouve répétée sur le paquet cacheté : *Robur inest veritati.*

M. **Malé** avait présenté, dans une des précédentes séances, le modèle et la description d'un système d'engrenage destiné à permettre aux voitures de remonter les pentes des *chemins de fer*. Comme sa Note ne portait pour signature que des initiales, elle ne pouvait, conformément aux réglements de l'Académie, être l'objet d'un rapport. Aujourd'hui, l'auteur se faisant connaître, sa communication est renvoyée à l'examen de la Commission précédemment nommée pour les chemins de fer.

M. **Despretz** adresse un paquet cacheté.

M. **Gaultier de Claubry** adresse deux paquets cachetés portant pour suscription : l'un, *faits relatifs à une matière colorante ;* l'autre, *faits relatifs à un composé sulfuré.*

L'Académie accepte le dépôt des trois paquets.

La séance est levée à 5 heures F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences; 1^er^ semestre 1840, n° 15, in-4°.

Leçons de Botanique, comprenant principalement la Morphologie végétale, la Terminologie, la Botanique comparée, l'examen de la valeur des caractères dans les diverses familles naturelles, etc.; par M. Auguste de Saint-Hilaire; in-8°.

Annales de la Société royale d'Horticulture de Paris; mars 1840, in-8°.

Mémoires de la Société royale des Sciences, Lettres et Arts de Nancy; année 1838, in-8°.

Annales scientifiques, littéraires et industrielles de l'Auvergne, publiées par l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Clermont-Ferrand; tome 12, avril—juillet 1839, in-8°.

Premier Mémoire sur la Pomme de Terre; par MM. J. Girardin et A. Dubreuil fils; 1839, in-8°.

Du Typhus fever et de la Fièvre typhoïde d'Angleterre; par M. Valleix; 1839, in-8°.

De la Névralgie dorsale ou intercostale; par le même; 1840, in-8°.

Revue des Spécialités et des Innovations médicales et chirurgicales; avril 1840, in-8°.

L'Enseignement, bulletin d'Éducation; par MM. Jullien et Hippeau; tome 1^er^, avril 1840, in-8°.

Revue générale de l'Architecture et des Travaux publics, etc.; sous la direction de M. César Duly, architecte, in-4°.

Bibliothèque universelle de Genève; fév. 1840, in-8°.

Astronomische.... *Nouvelles astronomiques de* M. Schumacher; n° 397, in-4°.

Effemeridi... *Éphémérides astronomiques pour l'année bissextile* 1840, *avec un appendice d'Observations et de Mémoires astronomiques;* Milan (Imprimerie royale), 1839.

La Distruzione.... *Destruction complète de la Médecine dans l'état où elle se trouve, et démonstration physique de la Médecine véritable; par* M. l'abbé J. Piolanti; Pezzaro, 1835, 2 vol. in-8°.

Sulla condizione.... *Sur la nature inflammatoire de la Manie pellagreuse et de la Pellagre en général; par* M. S. Liberali; Milan, 1831, in-8°.

Sulla condizione.... *Sur la nature inflammatoire de la Pellagre, et de son extension à l'axe cérébro-spinal prouvée par les autopsies cadavériques et les observations cliniques; par* le même; Venise, 1839, in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome 8, n° 16.

Gazette des Hôpitaux; n° 45—47.

Gazette des Médecins praticiens; n°s 30 et 31.

L'Expérience, journal de Médecine; n° 146, in-8°.